

Муниципальное общеобразовательное учреждение
Гимназия «Дмитров»
Исследовательский проект по математике и информатике

Компьютер-телепат: как угадать любое число за малое число вопросов

(метод деления пополам)

Выполнила: ученица 5 класса

Красилова София

Руководитель проекта:

(ФИО руководителя)

г. Дмитров, 2026 год

Содержание

Введение	3
1.1. Проблема и зачем это нужно	3
1.2. Гипотеза, цель и задачи	4
1.3. Методы исследования	4
2. Теоретическая часть	5
2.1. Две стратегии поиска числа	5
2.2. Почему деление пополам такое быстрое	5
2.3. Фокус с карточками и двоичные числа	6
3. Практическая часть	7
3.1. Программа-эмулятор	7
3.2. Как проводился эксперимент	7
4. Результаты и их анализ	8
5. Заключение	10
Список источников	11

Введение

1.1. Проблема и зачем это нужно

Есть старая игра: один человек загадывает число, например от 1 до 100, а другой пытается его угадать. После каждой попытки ему говорят только «больше» или «меньше». Как угадывать, чтобы потратить как можно меньше попыток?

Если называть числа подряд — 1, 2, 3, 4... — то на число 98 уйдёт 98 попыток. Это очень долго. А ведь компьютер в играх, телефон в списке контактов и даже обычный бумажный словарь как-то находят нужное среди тысяч и миллионов вариантов почти мгновенно. Значит, есть способ искать умнее.

Я решила разобраться, какой способ угадывания самый быстрый, и доказать это не на словах, а с помощью программы, которая сама сыграет тысячи партий и всё посчитает.

1.2. Гипотеза, цель и задачи

Гипотеза. Если каждый раз называть число из середины того, что ещё осталось, и так отбрасывать сразу половину вариантов, то угадать можно очень быстро: даже для миллиона чисел хватит примерно двадцати вопросов.

Цель работы — наглядно показать и измерить, почему способ «деление пополам» угадывает число намного быстрее, чем перебор чисел подряд.

Чтобы достичь цели, я поставила задачи:

1. узнать, какие бывают способы угадывать число, и описать их простыми словами;
2. понять, почему деление пополам отбрасывает половину вариантов за один вопрос;
3. сделать программу, которая играет в угадывание и считает число вопросов;
4. провести эксперимент: для разных диапазонов — от 10 до миллиона — сравнить два способа;
5. сравнить результаты опыта с расчётом и сделать вывод о гипотезе.

1.3. Методы исследования

- изучение темы по книгам и интернет-источникам для школьников;
- создание компьютерной программы-эмулятора;
- компьютерный эксперимент — многократная игра и сбор данных;
- сравнение полученных чисел с теоретическим расчётом.

2. Теоретическая часть

2.1. Две стратегии поиска числа

Представим, что загадано число от 1 до N (например, $N = 100$). Угадывать можно по-разному. Я сравнивала две стратегии.

Перебор подряд. Называем 1, потом 2, потом 3 и так далее, пока не угадаем. Это простой, но медленный способ. Если загадана единица — повезёт, хватит одного вопроса. Если загадано самое большое число — вопросов понадобится ровно N . В среднем — около половины диапазона.

Деление пополам. Называем число из середины диапазона. Нам отвечают «больше» или «меньше» — и одна половина чисел сразу отпадает, она больше не нужна. В оставшейся половине снова берём середину. И так каждый раз отбрасываем половину.

2.2. Почему деление пополам такое быстрое

Главная мысль всей работы: важен не сам размер диапазона, а то, **сколько раз его можно разделить пополам**, пока не останется одно число.

Возьмём 1000 чисел. Назвали 500 — осталось 500. Потом 250, 125, 63, 32, 16, 8, 4, 2 и, наконец, 1. Получилось всего около десяти шагов. Каждый вопрос уменьшает число «подозреваемых» вдвое:

$$1000 \rightarrow 500 \rightarrow 250 \rightarrow 125 \rightarrow 63 \rightarrow 32 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$$

Сколько раз число N можно поделить пополам — это математическое действие называется **логарифм по основанию 2** и записывается $\log_2 N$. Нам достаточно знать: это и есть количество нужных вопросов (округлённое вверх).

Удивительное свойство: чтобы диапазон стал в 1000 раз больше, нужно всего около 10 дополнительных вопросов. Поэтому с ростом диапазона число вопросов растёт очень медленно.

2.3. Фокус с карточками и двоичные числа

Тот же секрет лежит в основе фокуса, который умеет моя программа. Берутся 6 карточек с числами. Если я знаю, на каких карточках есть загаданное число, я могу его назвать, просто сложив первые числа этих карточек: 1, 2, 4, 8, 16 и 32.

Эти числа — степени двойки. Любое число от 1 до 63 складывается из них единственным способом. Например, $53 = 32 + 16 + 4 + 1$. Получается, что ответы «да/нет» на 6 карточек — это и есть 6 вопросов, а 2 в шестой степени равно 64. Значит,

шестью вопросами «да/нет» можно различить 64 разных числа. Это ещё одно подтверждение: каждый вопрос удваивает количество чисел, которые мы умеем различать.

3. Практическая часть

3.1. Программа-эмулятор

Для исследования была сделана программа — страница, которая открывается в браузере и работает без интернета. В ней три части.

- **«Угадай моё число».** Я загадываю число, а компьютер угадывает его делением пополам и показывает на линейке, как исчезает половина вариантов после каждого ответа.
- **«Карточки-телепаты».** Фокус с 6 карточками: я отмечаю, где есть моё число, а программа его называет и объясняет, как сложила степени двойки.
- **«Эксперимент».** Главная часть. Компьютер сам загадывает случайные числа много раз и считает, сколько вопросов нужно каждой из двух стратегий.

3.2. Как проводился эксперимент

Я выбирала диапазоны $1 \dots 10$, $1 \dots 100$, $1 \dots 1000$, $1 \dots 10\,000$, $1 \dots 100\,000$ и $1 \dots 1\,000\,000$. Для каждого диапазона компьютер загадывал 5000 случайных чисел и для каждого считал, сколько вопросов задаст перебор подряд и сколько — деление пополам. Потом программа находила среднее и самый худший (самый долгий) случай и сравнивала их с расчётом $\log_2 N$. Все числа можно сохранить в файл (кнопка «Сохранить данные»).

Такой опыт честнее, чем сыграть несколько раз руками: 5000 случайных чисел на каждый диапазон убирают влияние везения и показывают настоящую картину.

4. Результаты и их анализ

Результаты эксперимента собраны в таблице 1. Для каждого диапазона показано среднее и худшее число вопросов у обеих стратегий, а в последнем столбце — расчётное значение $\log_2 N$.

Диапазон 1...N	Перебор подряд, в среднем	Перебор подряд, худший	Делением пополам, в среднем	Делением пополам, худший	Теория: $\log_2 N$ (вверх)
1...10	6	10	2,9	4	4
1...100	50	100	5,8	7	7
1...1 000	496	1 000	9	10	10
1...10 000	5 023	9 998	12,3	14	14
1...100 000	49 831	99 987	15,6	17	17
1...1 000 000	489 425	999 864	18,9	20	20

Таблица 1. Сколько вопросов нужно каждой стратегии (5000 случайных чисел на диапазон).

Видно главное. У перебора подряд среднее число вопросов равно примерно половине диапазона, а худший случай — почти весь диапазон. Для миллиона чисел это в среднем около 500 000 вопросов. А делению пополам даже в худшем случае хватает 20 вопросов.

Ещё одно важное наблюдение: столбец «деление пополам, худший» точно совпал со столбцом $\log_2 N$ (4, 7, 10, 14, 17, 20). Это значит, что расчёт и опыт дают одинаковый ответ — модель верна.

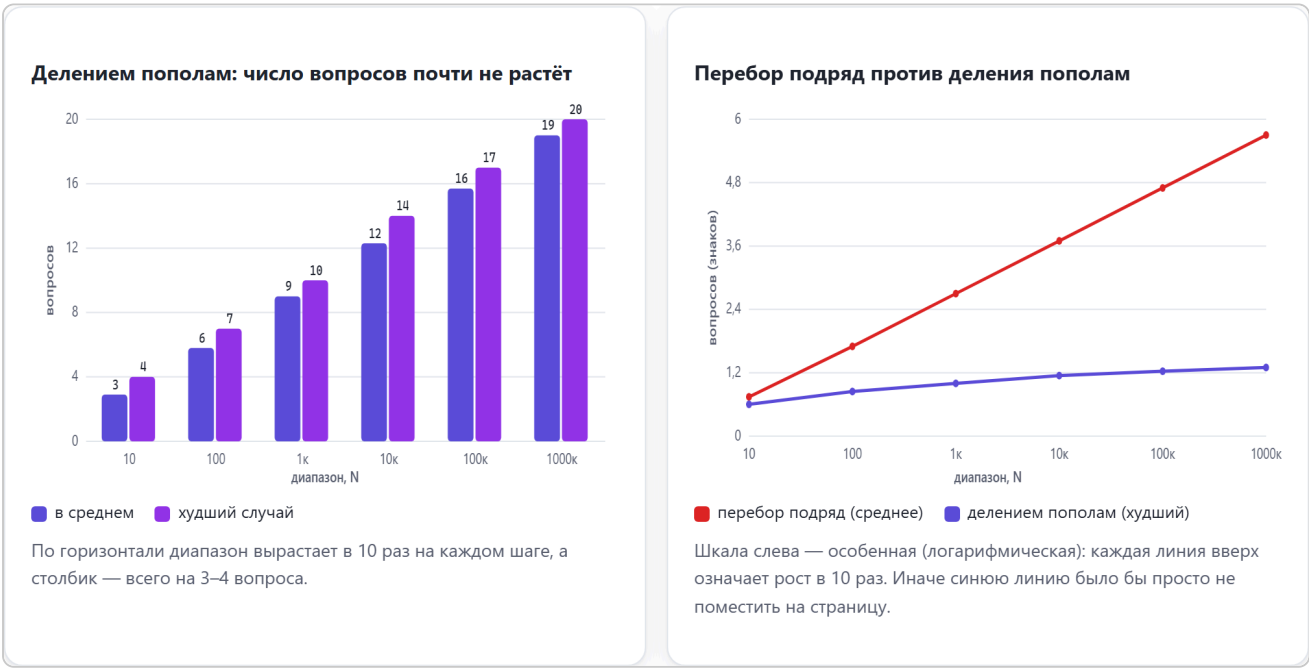


Рисунок 1. Слева — число вопросов делением пополам почти не растёт. Справа — сравнение двух стратегий (шкала особая: каждое деление по высоте означает рост в 10 раз).

На левом графике хорошо видно: когда диапазон увеличивается в 10 раз, столбик подрастает всего на 3–4 вопроса. На правом графике синяя линия (деление пополам) почти ровная и низкая, а красная (перебор подряд) резко уходит вверх.

Главный итог опыта. Диапазон вырос в 100 000 раз — с 10 до миллиона чисел. При этом делением пополам число вопросов выросло всего в 5 раз: с 4 до 20. А перебор подряд вырос в те же 100 000 раз. Гипотеза подтвердилась.

5. Заключение

В ходе работы я:

- разобрала два способа угадывать число — перебор подряд и деление пополам;
- поняла, почему деление пополам отбрасывает половину вариантов за один вопрос, и что число вопросов — это $\log_2 N$;
- сделала программу-эмулятор и провела эксперимент на диапазонах от 10 до миллиона;
- сравнила результаты опыта с расчётом.

Гипотеза подтвердилась. Деление пополам действительно угадывает число очень быстро: для миллиона чисел хватает не больше 20 вопросов, тогда как перебор подряд требует в среднем около полумиллиона. Опыт и расчёт дали одинаковый ответ.

Эта работа научила меня важному: иногда правильный способ действовать во много раз быстрее привычного. Деление пополам используют и в жизни — так ищут слово в словаре, так компьютеры находят нужное среди миллионов записей.

Что можно изучить дальше: как компьютер хранит числа в двоичном виде; где ещё применяется поиск делением пополам; можно ли угадывать ещё быстрее, если задавать сразу несколько вопросов.

Список использованных источников

1. Деление пополам (двоичный поиск) — материалы для школьников, Википедия.
URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Двоичный_поиск
2. Логарифм — статья для школьников, Википедия. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Логарифм>
3. Двоичная система счисления — статья, Википедия. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Двоичная_система_счисления
4. Образовательный портал «Фоксфорд.Учебник» — материалы по степеням и логарифмам. URL: <https://foxford.ru/wiki/matematika>
5. Занимательная математика: игры и фокусы с числами — детские научно-популярные издания.