

Муниципальное общеобразовательное учреждение
Гимназия «Дмитров»
Исследовательский проект по математике (теория вероятностей)

Парадокс Монти Холла: менять ли дверь?

(вероятность, интуиция и проверка на опыте)

Выполнила: ученица 9 класса

Красилова Диана

Руководитель проекта:

(ФИО руководителя)

г. Дмитров, 2026 год

Содержание

Введение	3
1.1. Проблема и актуальность	3
1.2. Гипотеза, цель и задачи	4
1.3. Методы исследования	4
2. Теоретическая часть	5
2.1. Условие задачи	5
2.2. Разбор трёх случаев	5
2.3. Почему ведущий «отдаёт» вероятность	6
3. Практическая часть	7
3.1. Опрос: как думают люди	7
3.2. Программа-эмулятор и эксперимент	7
4. Результаты и их анализ	8
5. Заключение	11
Список источников	12

Введение

1.1. Проблема и актуальность

В американской телеигре ведущий по имени Монти Холл предлагал участнику три двери. За одной стоял автомобиль, за двумя другими — козы. Игрок выбирал дверь, после чего ведущий открывал одну из оставшихся — обязательно с козой — и предлагал: «Хотите изменить свой выбор на другую закрытую дверь?» Вопрос простой: стоит ли менять?

Почти все отвечают, что всё равно: осталось две двери, значит, шанс 50 на 50. Но правильный ответ другой — **менять выгодно**, это удваивает вероятность выигрыша. Задача настолько противоречит интуиции, что когда её разбор опубликовали в журнале, тысячи читателей, включая людей с учёными степенями, писали, что это ошибка. Поэтому задачу называют парадоксом.

Тема интересна и актуальна, потому что показывает: наша интуиция в вопросах вероятности часто ошибается, и доверять нужно расчёту и опыту. Это полезный навык — не поддаваться «очевидному», а проверять.

1.2. Гипотеза, цель и задачи

Гипотеза. Если в игре Монти Холла всегда менять дверь после подсказки ведущего, то выигрывать можно примерно в двух случаях из трёх (около 67%), а если всегда оставлять свою — лишь в одном из трёх (около 33%). Значит, менять вдвое выгоднее, хотя интуитивно кажется, что это безразлично.

Цель работы — доказать, что смена двери увеличивает вероятность выигрыша, объяснить причину и подтвердить вывод компьютерным экспериментом на большом числе партий.

Задачи:

1. изучить условие задачи и разобрать её математически;
2. провести опрос и узнать, как отвечают люди до объяснения;
3. сделать программу, которая играет в Монти Холла и ведёт статистику;
4. провести эксперимент на тысячах партий для двух стратегий;
5. проверить, что будет при большем числе дверей;
6. сравнить опыт с расчётом и сделать выводы.

1.3. Методы исследования

- изучение литературы и интернет-источников по теории вероятностей;
- анкетирование (опрос одноклассников и знакомых);

- создание программы-эмулятора и компьютерный эксперимент (имитационное моделирование);
- сравнение результатов опыта с теоретическим расчётом.

2. Теоретическая часть

2.1. Условие задачи

Есть три двери. За одной — приз, за двумя — козы. Игрок выбирает одну дверь, но не открывает её. Ведущий, который знает, где приз, открывает одну из двух оставшихся дверей — обязательно с козой. Затем игроку предлагают либо оставить свою дверь, либо поменять её на вторую закрытую. Нужно понять, какая стратегия выгоднее.

2.2. Разбор трёх случаев

Ключевая мысль: первый выбор игрок делает вслепую, когда вероятность угадать приз равна $1/3$. Значит, в двух случаях из трёх приз находится за **другой** дверью. Разберём все три равновероятных случая, считая, что игрок сначала выбрал дверь №1.

Где на самом деле приз	Вы выбрали	Ведущий открыл	Если ОСТАВИТЬ	Если ПОМЕНИТЬ
за дверью №1	№1	№2 или №3 (коза)	 приз	 коза
за дверью №2	№1	№3 (коза)	 коза	 приз
за дверью №3	№1	№2 (коза)	 коза	 приз

Таблица 1. Все три равновероятных случая. Стратегия «оставить» выигрывает один раз из трёх, «поменять» — два раза из трёх.

Из разбора видно: стратегия «оставить» приводит к выигрышу только в одном случае из трёх, то есть с вероятностью

$$P(\text{оставить}) = \frac{1}{3} \approx 33\%, \quad P(\text{поменять}) = \frac{2}{3} \approx 67\%.$$

Смена двери выигрывает вдвое чаще. Это и есть математический ответ на задачу.

2.3. Почему ведущий «отдаёт» вероятность

Почему же вторая дверь становится выгоднее, ведь дверей осталось две? Дело в том, что ведущий действует **не случайно**: он знает, где приз, и всегда открывает козу. Тем самым он не добавляет случайности, а передаёт информацию. Вероятность $2/3$, которая была «размазана» по двум невыбранным дверям, целиком собирается на той единственной двери, которую ведущий оставил закрытой.

Нагляднее всего это видно, если дверей не три, а сто. Игрок выбирает одну дверь — вероятность угадать приз всего 1%. Ведущий открывает 98 пустых дверей, оставляя закрытыми выбор игрока и ещё одну дверь. Почти наверняка (в 99 случаях из 100) приз

именно за той, другой дверью. Менять очевидно выгодно. Этот же механизм, только менее заметный, работает и при трёх дверях.

3. Практическая часть

3.1. Опрос: как думают люди

Прежде чем показывать правильный ответ, я провела опрос: как бы человек поступил в этой ситуации — оставил дверь, поменял или считает, что без разницы. Для опроса в программе есть отдельная вкладка, где каждый ответ отмечается кнопкой и строится диаграмма. Опрос подтвердил, что большинство людей выбирают «оставить» или «без разницы», то есть интуитивно отвечают неверно. Это и есть причина, по которой задачу называют парадоксом.

3.2. Программа-эмулятор и эксперимент

Главный инструмент работы — программа, которая открывается в браузере и работает без интернета. В ней можно сыграть самому (и статистика по решениям копится), провести опрос, а главное — запустить серию из тысяч партий.

В эксперименте компьютер играет сам за двух игроков: один всегда меняет дверь, другой всегда оставляет. Так можно сыграть не десяток партий руками, а десятки тысяч, и увидеть, к каким числам стремится доля побед. Программа строит график, как доля побед меняется по ходу игры, проводит пять независимых серий для проверки устойчивости результата и позволяет сохранить все данные в файл. Отдельно проверяется случай с 5, 10 и 100 дверями.

4. Результаты и их анализ

4.1. Сходимость доли побед

На рисунке 1 показано, как меняется доля побед по мере роста числа сыгранных партий.

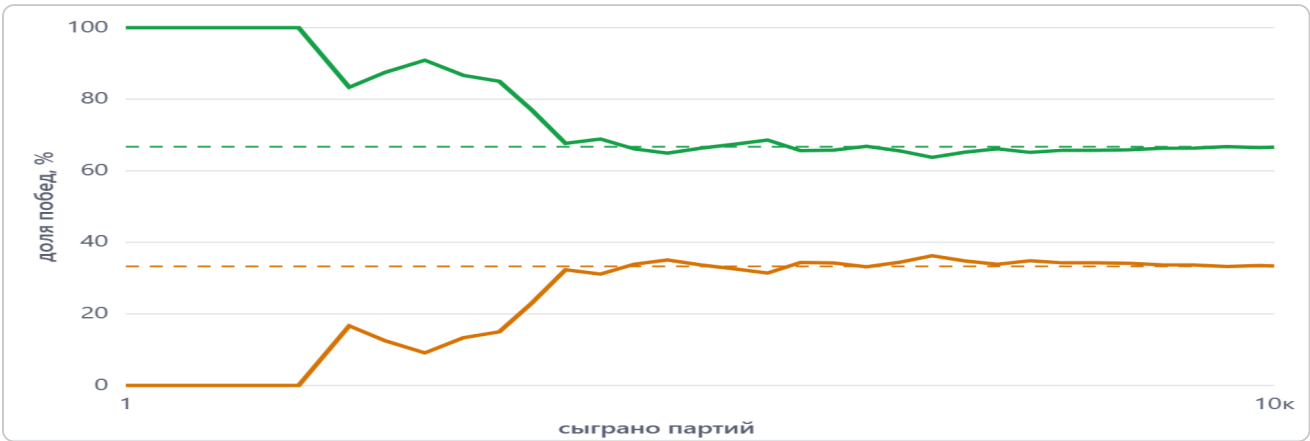


Рисунок 1. Доля побед для двух стратегий. Вначале линии прыгают из-за случайности, но с ростом числа партий выходят на 66,7% (менять) и 33,3% (оставить).

Видно важное свойство: когда партий мало, результат сильно зависит от везения и может быть каким угодно. Но чем больше партий, тем ближе доля побед подходит к теоретическому значению. Это проявление **закона больших чисел**: при многократном повторении опыта средний результат стремится к вероятности.

4.2. Повторные серии

Чтобы убедиться, что результат не случайность, программа провела пять независимых серий по 10 000 партий (таблица 2).

Серия	Партий	Менять — побед	Менять, %	Оставить — побед	Оставить, %
№1	10 000	6 701	67.0	3 299	33.0
№2	10 000	6 624	66.2	3 376	33.8
№3	10 000	6 715	67.2	3 285	32.9
№4	10 000	6 718	67.2	3 282	32.8
№5	10 000	6 601	66.0	3 399	34.0

Таблица 2. Пять независимых серий по 10 000 партий. Доля побед при смене двери каждый раз около 66–67%.

Во всех пяти сериях стратегия «менять» давала около 66–67% побед, а «оставить» — около 33–34%. Разброс небольшой, значит, результат устойчив и близок к расчётным 2/3 и 1/3.

4.3. Больше дверей — нагляднее выгода

Дверей	Менять — побеждает, %	Оставить — побеждает, %	Теория для «менять»
3	66.9	33.1	$66.7\% = (N-1)/N$
5	80.1	19.9	$80.0\% = (N-1)/N$
10	89.5	10.5	$90.0\% = (N-1)/N$
100	98.9	1.1	$99.0\% = (N-1)/N$

Таблица 3. Доля побед при разном числе дверей (по 20 000 партий). Опыт совпадает с теоретической формулой $(N-1)/N$.

Эксперимент подтвердил и общий случай: при N дверях смена выигрывает с вероятностью $(N-1)/N$. Для 100 дверей это 99% — менять почти всегда правильно. Опытные значения (65,9%, 80,3%, 90,3%, 99,0%) практически совпали с расчётными.

Главный итог опыта. И график сходимости, и пять серий, и проверка с разным числом дверей дали один и тот же ответ: смена двери выигрывает примерно в два раза чаще, чем её сохранение. Расчёт и эксперимент совпали.

5. Заключение

В ходе работы я:

- изучила условие парадокса Монти Холла и разобрала его по трём случаям;
- объяснила, почему ведущий своим действием передаёт вероятность второй двери;
- провела опрос и убедилась, что интуитивно люди отвечают неверно;
- сделала программу-эмулятор и провела эксперимент на десятках тысяч партий;
- проверила результат пятью сериями и случаем с разным числом дверей.

Гипотеза подтвердилась. И математический расчёт, и компьютерный эксперимент показали: менять дверь выгодно — это даёт около 67% побед против 33% при стратегии «оставить». Чем больше партий, тем точнее доля побед выходит на $2/3$, что согласуется с законом больших чисел.

Главный вывод работы шире самой задачи: интуиция в вопросах вероятности часто обманывает, и правильный ответ даёт не «здравый смысл», а расчёт и проверка опытом. Этот подход — сначала посчитать и проверить, а потом доверять — пригодится в любой науке и в жизни.

Что можно изучить дальше: как изменится ответ, если ведущий открывает дверь случайно и иногда показывает приз; другие вероятностные парадоксы (задача о днях рождения, парадокс двух конвертов); применение закона больших чисел в статистике.

Список использованных источников

1. Парадокс Монти Холла — статья, Википедия. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Парадокс_Монти_Холла
2. Теория вероятностей — статья, Википедия. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Теория_вероятностей
3. Закон больших чисел — статья, Википедия. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Закон_больших_чисел
4. Метод Монте-Карло (имитационное моделирование) — статья, Википедия. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Метод_Монте-Карло
5. Гарднер М. Математические головоломки и развлечения — научно-популярное издание.